

**О.С. Істер**

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,  
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ  
З АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ  
АНАЛІЗУ  
ДЛЯ 10–11 КЛАСІВ**



**ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН**

УДК 512.1(075.3)  
ББК 22.1я72  
189

**Істер О.С.**  
189 Збірник нескладних, але корисних вправ з алгебри та початків аналізу для 10–11 класів. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. — 88 с.

**ISBN 978-966-10-**

Посібник містить 553 нескладних, але корисних вправ з усього курсу алгебри та початків аналізу 10–11 класів. Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи є необхідними

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику, потребує миттєвої відповіді або розв'язується за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Учителям математики, учням 10–11 класів.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути відтворена  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

**ISBN 978-966-10-**

© Навчальна книга – Богдан,  
майнові права, 2011

## ПЕРЕДМОВА

Посібник містить 553 нескладних, але корисних вправ з усього курсу алгебри та початків аналізу 10–11 класів.

Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи є необхідними. Складніші вправи позначено зірочкою.

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику, потребує миттєвої відповіді або розв'язується за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Основна мета посібника — допомогти вчителю математики у добірї нескладних, але корисних вправ (в основному, початкового та середнього рівнів навчальних досягнень) зі шкільного курсу алгебри та початків аналізу 10–11 класів. Саме таких вправ бракує у діючих підручниках. Ці вправи учитель може пропонувати на різних етапах навчання: під час повторення, актуалізації опорних знань, вивчення нового матеріалу та його закріплення. Посібник написано відповідно до програми, тому легко адаптується до будь-якого підручника.

Під час виконання запропонованих вправ учні закріплюють теоретичні знання, тренують пам'ять, підвищують свою логічну та загальноматематичну культуру. Нескладні вправи розвивають в учнів уважність, спостережливість, ініціативу, пробуджують інтерес до математики. Розв'язавши нескладну вправу, слабкий учень повинен повірити у свої сили, для середнього та сильного учня розв'язування таких вправ дозволить закласти фундамент для розв'язування складніших вправ.

У посібнику відсутні відповіді до вправ, тому вчитель, придбавши збірник на весь клас (або один примірник на парту), може використовувати його як дидактичний матеріал.

Зауваження та пропозиції щодо цього збірника просимо надсилати на e-mail: [ister@i.com.ua](mailto:ister@i.com.ua).

Відвідайте наші сторінки в Інтернеті [www.bohdan-books.com](http://www.bohdan-books.com) та [www.i.com.ua/~ister](http://www.i.com.ua/~ister).

# 10 КЛАС

## РОЗДІЛ І. ФУНКЦІЇ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ

### Множина

- Назвати елементи множин:  
1)  $A = \{1, 2, 7, 8\}$ ; 2)  $B = \{*, \Delta, \square\}$ ; 3)  $C = \{M, K, O, H, \Pi\}$ .
- Назвати множини, перелічивши їхні елементи:  
1) одноцифрові натуральні числа, кратні 3;  
2) корені рівняння  $x^2 - 1 = 0$ ;  
3) двоцифрові натуральні числа, запис яких складається з двох однакових цифр.
- Яка з множин —  $A$  чи  $B$  — містить більше елементів:  
 $A = \{*, \Delta, \square, \otimes\}$ ;  $B = \{1, T, M\}$  ?
- Які способи задання множин Ви знаєте?
- $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ . Яка характерна властивість множини  $A$ ?
- Множина  $B$  складається із двоцифрових натуральних чисел, які при діленні на 11 дають остачу 2. Перерахувати всі елементи множини  $B$ .
- Множина  $A$  складається з розв'язків рівняння  $|x| + 1 = 0$ . Що це за множина?
- Навести приклади порожніх множин.

### Підмножини даної множини

- Чи правильні твердження ( $C$  — множина комплексних чисел):  
1)  $N \subset Z$       2)  $Q \subset Z$ ;      3)  $Z \subset C$ ;  
4)  $Q \subset N$ ;      5)  $R \subset C$ ;      6)  $N \subset R$ .
- Чи правильне твердження  $A \subset B$  для множин:  
1)  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 8\}$ ;  
2)  $A = \{\Delta, \square\}$ ,  $B = \{\square, \otimes\}$ ;  
3)  $A = \{A, B, V\}$ ,  $B = \{A\}$ ;

- $A$  — порожня множина,  $B = \{*\}$ ;
- $A$  — множина простих чисел,  $B$  — множина натуральних чисел.
- Множина  $A$  складається з розв'язків рівняння  $2x - 4 = 0$ , а множина  $B$  — з розв'язків рівняння  $\frac{3x}{7} = \frac{6}{7}$ . Чи правильно, що множина  $A$  є підмножиною множини  $B$ ? А навпаки?
- Назвати всі підмножини множини  $A = \{1, 2, 3\}$ .

### Об'єднання і переріз множин

- Знайти об'єднання та переріз множин:  
1)  $A = \{1, 2, 3\}$  та  $B = \{2, 3, 7\}$ ;  
2)  $A = \{\Delta, \square, *\}$  та  $B = \{*, \Delta, \otimes\}$ ;  
3) розв'язків рівнянь  $x^2 - 4 = 0$  та  $x^2 + 2x - 8 = 0$ ;  
4) розв'язків рівнянь  $x^2 - 1 = 0$  та  $x^2 + 1 = 0$ ;  
5) розв'язків рівнянь  $x^2 - 1 = 0$  та  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .
- Знайти об'єднання та переріз множин  $A$  і  $B$ , якщо  $A \subset B$ .
- Знайти об'єднання та переріз відрізків  $[-1; 2]$  та  $[0; 7]$ .

### Віднімання та доповнення множин

- Знайти  $A \setminus B$ , якщо:  
1)  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 7, 8\}$ ;  
2)  $A = \{4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ;  
3)  $A = \{\Delta, \square\}$ ,  $B = \{\otimes, \square\}$ .
- Дано:  $A = \{1, 2, 4, 7, 8\}$ ,  $B = \{1, 8\}$ . Знайти доповнення множини  $B$  відносно множини  $A$ .

### Множина дійсних чисел. Дійсні числа та обчислення

- Які з чисел  $\sqrt{8}$ ;  $-2\frac{1}{5}$ ;  $105$ ;  $-4, (41)$ ;  $\pi$ ;  $0,0303303330\dots$ ;  $12$ ;  $-5,3$ ;  $0$ ;  
 $\sqrt{3}$ ;  $-\sqrt{\frac{36}{49}}$ ;  $0,555\dots$  є:  
1) натуральними;      2) цілими недодатними;  
3) раціональними від'ємними;      4) ірраціональними?

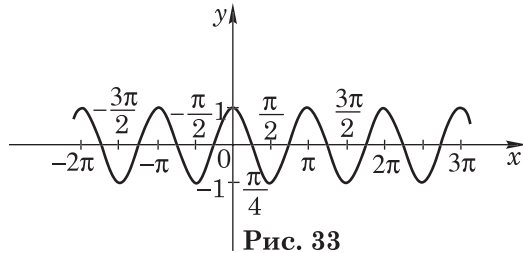


Рис. 33

2) Заповнити таблицю, відповівши на запитання.

№		Рис. 31	Рис. 32	Рис. 33
1	Функція			
2	Область визначення			
3	Область значень			
4	Період			
5	Парна чи непарна			
6	Точки перетину з віссю абсцис			
7	Точки перетину з віссю ординат			
8	Значення $x$ , для яких $f(x) > 0$			
9	Значення $x$ , для яких $f(x) < 0$			
10	Проміжки зростання			
11	Проміжки спадання			
12	Максимум функції			
13	Точки максимуму			
14	Мінімум функції			
15	Точки мінімуму			

204. Розставити числа в порядку зростання:

- 1)  $\sin 11^\circ$ ;  $\sin 27^\circ$ ;  $\sin 14^\circ$ ;      2)  $\sin 0,4$ ;  $\sin 0,3$ ;  $\sin 1,1$ ;  
 3)  $\cos 2^\circ$ ;  $\cos 5^\circ$ ;  $\cos 4^\circ$ ;      4)  $\cos 0,2$ ;  $\cos 0,7$ ;  $\cos 0,9$ .

205. Розставити числа в порядку спадання:

- 1)  $\operatorname{tg} 10^\circ$ ;  $\operatorname{tg} 49^\circ$ ;  $\operatorname{tg} 25^\circ$ ;      2)  $\operatorname{tg}(-2)$ ;  $\operatorname{tg}(-3)$ ;  $\operatorname{tg}(-1)$ ;  
 3)  $\operatorname{ctg}(-5^\circ)$ ;  $\operatorname{ctg}(-18^\circ)$ ;  $\operatorname{ctg}(-3^\circ)$ ;      4)  $\operatorname{ctg} 1,7$ ;  $\operatorname{ctg} 1,5$ ;  $\operatorname{ctg} 1,3$ .

206. Для функції  $y = \cos x$  на відрізку  $[0; 2\pi]$  вказати проміжки, в яких вона:

- 1) зростає;      2) спадає;      3) додатна;      4) від'ємна.

207. При яких значеннях  $x$  на відрізку  $[0; 2\pi)$  функція  $f$  набуває найменшого значення і чому воно дорівнює, якщо:

- 1)  $f(x) = 2 + \cos x$ ;      2)  $f(x) = 3 - \sin x$ ;  
 3)  $f(x) = 4 - \cos x$ ;      4)  $f(x) = \sin x + 2$ ?

208. При яких значеннях  $x$  на відрізку  $[0; 2\pi)$  функція  $f$  набуває найбільшого значення і чому воно дорівнює, якщо:

- 1)  $f(x) = 7 - \cos x$ ;      2)  $f(x) = 3 + \sin x$ ;  
 3)  $f(x) = \cos x - 3$ ;      4)  $f(x) = -\sin x$ ?

### Гармонічні коливання.

209. Координати рухомого тіла змінюються за законом  $y = 0,6 \sin 50\pi t$ . Назвати амплітуду коливання.

210. Під час обертання дротяної рамки у магнітному полі потік магнітної індукції, який пронизує її, змінюється залежно від часу за законом  $\Phi(t) = 0,05 \sin 10\pi t$ . Знайти амплітуду, частоту та період обертання.

211. Назвати функцію, яка задає гармонічне коливання з амплітудою 4, кутовою частотою 2 і початковою фазою  $\frac{\pi}{6}$ .

212. Знайти амплітуду, частоту, початкову фазу та період коливань, перетворивши праву частину до вигляду  $A \sin(\omega t + \alpha)$ :

1)  $x(t) = 0,7 \cos\left(3t - \frac{\pi}{2}\right)$ ;      2)  $x(t) = 5 \cos t$ ;

3)  $x(t) = \cos 5t \cos 7t - \sin 5t \sin 7t$ ; 4)  $x(t) = \cos 8t \cos \frac{\pi}{6} - \sin 8t \sin \frac{\pi}{6}$ ;

5)  $x(t) = \cos 9t \cos 5t + \sin 9t \sin 5t$ .

### Формули додавання

213. Спростити:

1)  $\sin 2\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha \sin \alpha$ ;      2)  $\cos \alpha \cos 3\alpha - \sin \alpha \sin 3\alpha$ ;  
 3)  $\sin \alpha \cos 4\alpha + \cos \alpha \sin 4\alpha$ ;      4)  $\cos \alpha \cos 5\alpha + \sin \alpha \sin 5\alpha$ ;

5)  $\frac{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} 3\beta}{1 - \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} 3\beta}$ ;      6)  $\frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} 4\beta}{1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} 4\beta}$ .

214. Обчислити:

1)  $\cos 10^\circ \cos 20^\circ - \sin 10^\circ \sin 20^\circ$ ;      2)  $\sin 50^\circ \cos 5^\circ - \sin 5^\circ \cos 50^\circ$ ;

$$13) y = 2 \cos\left(\frac{4}{3}x - \frac{\pi}{9}\right);$$

$$14) y = \frac{1}{5 \cos^2(9-x)} + \frac{x^2}{2};$$

$$15) y = e^{2x-3} + \frac{1}{3x-5}.$$

### Приклади задач, що приводять до поняття інтеграла. Визначений інтеграл. Формула Ньютона — Лейбніца

268. Навести приклади задач, що приводять до поняття інтеграла.

269. Обчислити інтеграл:

$$1) \int_0^1 x dx;$$

$$2) \int_0^2 \frac{x}{2} dx;$$

$$3) \int_1^2 \frac{dx}{x};$$

$$4) \int_0^3 x^2 dx;$$

$$5) \int_1^5 dx;$$

$$6) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx;$$

$$7) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx;$$

$$8) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x};$$

$$9) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}.$$

$$270^*. \text{ Доведіть: } \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$$

### Обчислення площ плоских фігур. Обчислення об'ємів тіл

271. Запишіть у вигляді визначеного інтеграла площі фігур, що обмежені лініями:

$$1) y = x^2, x = 2, x = 4, y = 0;$$

$$2) y = x^3 - 1, x = 3, x = 9, y = 0;$$

$$3) y = \sin x, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{2}, y = 0;$$

$$4) y = \cos x, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2} \text{ і віссю абсцис.}$$

272. Запишіть у вигляді визначеного інтеграла площі фігур, зображених на рисунках 78–80.

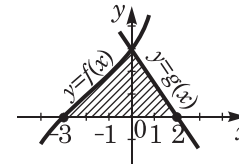


Рис. 78

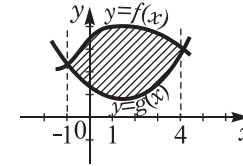


Рис. 79

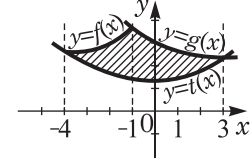


Рис. 80

273. Обчислити площі фігур, що обмежені лініями:

$$1) y = x, y = 0, x = 2;$$

$$2) y = e^x, y = 0, x = 0, x = 3;$$

$$3) y = 2x, y = 0, x = a, x = b, \text{ де } b > a > 0.$$

274\*. Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис фігури, обмеженої прямими  $y = x$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ .

### Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач

275. Швидкість прямолінійного руху точки змінюється за законом  $v(t) = 3t^2 - 2t + 1$ . Знайти закон руху точки.

276. Матеріальна точка рухається зі швидкістю  $v(t) = \sin t + \cos t$ . Знайти рівняння руху точки, якщо при  $t = \frac{\pi}{4}$  секунд пройдений шлях дорівнює 5 м.

277\*. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю  $v(t) = 2t + 1$  ( $t$  — час у секундах,  $v$  — швидкість у метрах за секунду). Знайти довжину шляху, що пройшло тіло за перші 5 с.

278\*. Експериментально встановлено, що продуктивність праці робітника наближено виражається формулою  $f(t) = -0,2t + 10$ , де  $t$  — робочий час у годинах. Обчислити обсяг продукції, виробленої за восьмигодинний робочий день.



*Навчальне видання*

ІСТЕР Олександр Семенович

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,  
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ  
З АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ  
ДЛЯ 10–11 КЛАСІВ**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 19.08.2011. Формат 60x84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 5,12. Умовн. фарбо-відб. 5,12.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга — Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК № 370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга — Богдан, а/с 529, м. Тернопіль 46008

тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66

*publishing@budny.te.ua*

[www.bohdan-books.com](http://www.bohdan-books.com)