

О.С. Істер

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ
З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ
ДЛЯ 11 КЛАСУ**



**ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН**

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
189

Істер О.С.
189 Збірник нескладних, але корисних вправ з алгебри та геометрії для 11 класу. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. — 80 с.

ISBN 978-966-10-2388-7

Посібник містить 617 нескладних, але корисних вправ з усього курсу алгебри та геометрії для 11 класу. Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без рисунків чи додаткових записів на дошці, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи є необхідними

Абсолютна більшість вправ потребує миттєвої відповіді або розв'язується за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Учителям математики, учням 11 класів.

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-2388-7

© Навчальна книга – Богдан,
майнові права, 2011

ПЕРЕДМОВА

Посібник містить 617 нескладних, але корисних вправ з усього курсу алгебри та геометрії для 11 класу (278 вправ з алгебри і 339 вправ з геометрії).

Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без рисунків чи додаткових записів на дошці, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи (наприклад, додаткова побудова в геометричній задачі) є необхідними. Складніші вправи позначено зірочкою.

Абсолютна більшість вправ потребує миттєвої відповіді або розв'язується за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Основна мета посібника — допомогти вчителю математики у добірї нескладних, але корисних вправ (в основному, початкового та середнього рівнів навчальних досягнень) зі шкільного курсу алгебри та геометрії 11 класу. Саме таких вправ бракує у діючих підручниках. Ці вправи учитель може пропонувати на різних етапах навчання: під час повторення, актуалізації опорних знань, вивчення нового матеріалу та його закріплення.

Посібник охоплює всі теми навчальних програм з математики рівня стандарт та академічного рівня, а також більшість тем профільного та поглибленого рівнів. Назви розділів та пунктів посібника відповідають назвам розділів та пунктів навчальних програм, тому посібник легко адаптується до будь-якого підручника.

Під час виконання запропонованих вправ учні закріплюють теоретичні знання, тренують пам'ять, підвищують свою логічну та загальноматематичну культуру. Нескладні вправи розвивають в учнів уважність, спостережливість, ініціативу, пробуджують інтерес до математики. Розв'язавши нескладну вправу, слабкий учень повинен повірити у свої сили, для середнього та сильного учня розв'язування таких вправ дозволить закласти фундамент для розв'язування складніших вправ.

У посібнику відсутні відповіді до вправ, тому вчитель, придбавши збірник на весь клас (або один примірник на парту), може використовувати його як дидактичний матеріал.

Зауваження та пропозиції щодо цього збірника просимо надсилати на e-mail: ister@i.com.ua.

Відвідайте наші сторінки в Інтернеті www.bohdan-books.com та www.i.com.ua/~ister.

АЛГЕБРА

РОЗДІЛ І. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

Границі функції в точці.

Основні теореми про границі функції в точці

- Відомо, що $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$. Знайти границю в точці 1 для функції:
 - $y = 5f(x)$;
 - $y = \frac{3}{f(x)}$;
 - $y = \frac{7 + f(x)}{f(x) + 3}$.
- Відомо, що $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 5$. Знайти границю в точці 0 для функції:
 - $y = f(x) + g(x)$;
 - $y = 2f(x) - g(x)$;
 - $y = \frac{3f(x)}{g(x)}$;
 - $y = f^2(x) + g(x)$;
 - $y = 7f(x) - g^2(x)$;
 - $y = \frac{3f(x) + 5}{g(x) - 4}$.
- Обчислити границю:
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x-3}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x} + x)$;
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + x}{2\sqrt{x}}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$.

Неперервність функції в точці

- У яких точках неперервні функції:
 - многочлен $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$;
 - дровово-раціональна функція $f(x) = \frac{g(x)}{t(x)}$?
- Серед функцій, зображених на рис. 1–6, назвати неперервні в точці 1 функції.

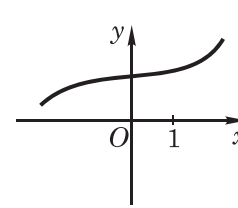


Рис. 1

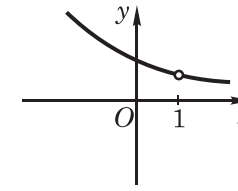


Рис. 2

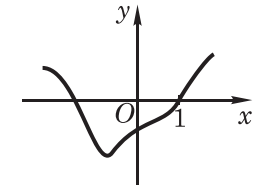


Рис. 3

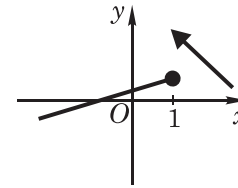


Рис. 4

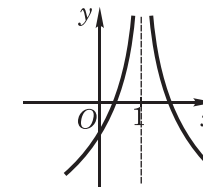


Рис. 5

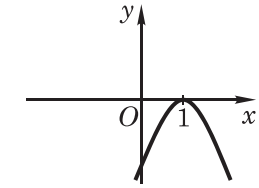


Рис. 6

- Знайти проміжки неперервності функції:
 - $y = 2x + 3$;
 - $y = \frac{1}{x}$;
 - $y = 3x^2 - 2x + 11$;
 - $y = \frac{x+1}{x^2+1}$;
 - $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$;
 - $\frac{x^5}{x^2-1}$.
- У яких точках функція $y = \frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x+3}$ не є неперервною?
- Навести приклад функції, яка неперервна в усіх точках числової прямої, крім двох.
- Навести приклад функції, яка неперервна в усіх точках числової прямої, крім точок $x = 2$ і $x = -1$.
- Навести приклад функції, яка є неперервною на проміжках $[0; 2]$ і $(2; +\infty)$ і не є неперервною в усіх інших точках.

Задачі, що приводять до поняття похідної.

Геометричний та фізичний зміст похідної

- Відомо, що $(x^2)' = 2x$. Знайти, чому дорівнює тангенс кута α нахилу дотичної до графіка функції $y = x^2$ у точці з абсцисою:
 - $x_0 = -1$;
 - $x_0 = 0$;
 - $x_0 = 5$.

Рух у просторі та його властивості. Симетрії

20. Чи є перетворення симетрії у просторі рухом?
21. Для точки $A(-1; 2; -3)$ побудували точку A_1 , симетричну точці A відносно площини xOy . Знайти:
- 1) координати точки A_1 ;
 - 2) відстань між точками A та A_1 .
22. Для точки $B(1; -3; 0)$ побудували точку B_1 , симетричну точці B відносно початку координат. Знайти:
- 1) координати точки B_1 .
 - 2) відстань між точками B та B_1 .
23. Для точки $C(-1; 5; 3)$ побудували точку C_1 , симетричну точці C відносно осі z . Знайти:
- 1) координати точки C_1 .
 - 2) відстань між точками C та C_1 .
24. Точки $A_1(-2; 3; 4)$ і $A_2(4; 5; -4)$ симетричні відносно точки O . Знайти координати точки O .
25. Дано куб (рис. 46). Побудувати від руки фігуру, симетричну кубу відносно точки A .
26. Дано куб (рис. 47). Побудувати від руки фігуру, симетричну кубу відносно прямої AA_1 .
27. Дано куб (рис. 48). Побудувати від руки фігуру, симетричну кубу відносно площини $ABCD$.

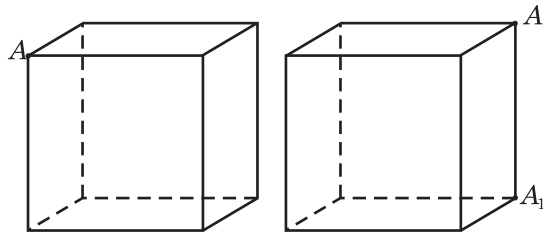


Рис. 46

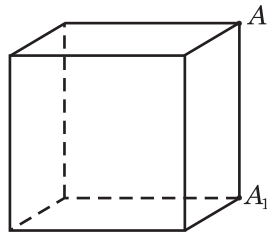


Рис. 47

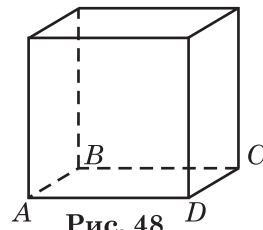


Рис. 48

28. Скільки осей симетрії у просторі має:
- 1) відрізок;
 - 2) промінь;
 - 3) квадрат?
29. Скільки площин симетрії має:
- 1) відрізок;
 - 2) коло;
 - 3) рівнобедрений трикутник;
 - 4) прямокутник?

30. Чи має площина:
- 1) центр симетрії;
 - 2) вісь симетрії;
 - 3) площину симетрії?

Паралельне перенесення у просторі

31. Паралельне перенесення задано формулами $x' = x + 2$; $y' = y - 3$; $z' = z$. У які точки при цьому паралельному перенесенні переходять точки $O(0; 0; 0)$; $A(-2; 3; 0)$; $B(8; 11; -17)$?
32. Паралельне перенесення задано формулами $x' = x - 3$; $y' = y + 1$; $z' = -z$. При цьому паралельному перенесенні точка A перейшла в точку $A_1(-2; -1; 8)$. Знайти координати точки A .
33. При паралельному перенесенні точка $B(-2; 3; 0)$ перейшла в точку $B_1(-8; 4; 5)$. Записати формули цього паралельного перенесення.
- 34*. Чи існує паралельне перенесення, при якому точка $O(0; 0; 0)$ переходить у точку $O_1(2; -3; 1)$, а точка $A(5; -2; 3)$ — у точку $A_1(7; -5; 4)$?
35. Дано куб (рис. 49). Побудувати від руки фігуру, в яку переходить куб при паралельному перенесенні, при якому точка A переходить у точку A_1 .

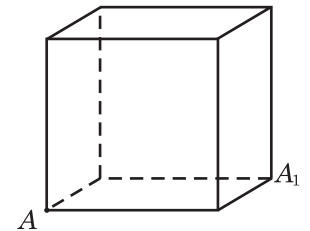


Рис. 49

Перетворення подібності та його властивості. Подібність і гомотетія просторових фігур

36. Трикутник ABC гомотетичний трикутнику $A_1B_1C_1$ відносно початку координат із коефіцієнтом гомотетії $k = 2$. Знайти координати вершин трикутника $A_1B_1C_1$, якщо $A(0; 0; 1)$; $B(0; 2; 0)$; $C(-3; 0; 0)$.
37. Площини α і β — паралельні (рис. 50). Через точку O проведено промені, які перетинають площину α в точках A, B і C , а площину β — у точках A_1, B_1 і C_1 .
- 1) Довести подібність трикутників ABC і $A_1B_1C_1$.
 - 2) Знайти A_1C_1 і B_1C_1 , якщо $AB = 2$, $BC = 3$, $AC = 4$, $A_1B_1 = 6$.

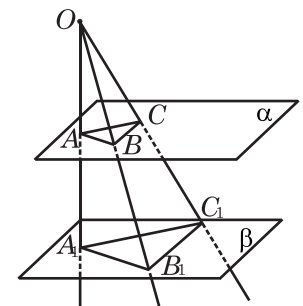


Рис. 50

312. Подібні тіла мають однакові об'єми. Чи можна стверджувати, що тіла рівні?

Площі бічної і повної поверхонь циліндра

313. Знайти повну поверхню циліндра, радіус якого 3 см, а висота 7 см.
314. Площа бічної поверхні циліндра чисельно дорівнює його об'єму. Чи може таке бути? Знайти радіус циліндра.
315. Радіус циліндра збільшили в m разів, а висоту зменшили в t разів. Чи змінилася при цьому площа бічної поверхні?
- 316*. Площа осевого перерізу циліндра S . Знайти площу бічної поверхні.
- 317*. Осьовий переріз циліндра — квадрат. У скільки разів площа повної поверхні циліндра більша від площі його основи?
318. Прямокутник зі сторонами a та b обертається спочатку навколо однієї сторони, а потім — навколо іншої. У якому випадку площа бічної поверхні буде більшою?
319. У куб з ребром a вписано циліндр. Знайти його повну поверхню.
320. Навколо куба з ребром b описано циліндр. Знайти його бічну поверхню.

Площі бічної і повної поверхонь конуса

321. Обчислити бічну поверхню конуса, радіус якого дорівнює 4 см, а висота — 3 см.
322. Конус і циліндр мають однакові площі бічних поверхонь і рівні радіуси. У скільки разів твірна циліндра більша або менша від твірної конуса?
323. Осьовий переріз конуса — рівносторонній трикутник. Обчислити повну поверхню конуса, якщо його радіус дорівнює R .
324. Осьовий переріз конуса — прямокутний трикутник (рис. 125). Радіус конуса дорівнює R . Знайти бічну поверхню конуса.
325. Бічна поверхня конуса дорівнює S . Через середину його висоти паралельно до основи проведено переріз. Знайти бічну поверхню відрізаного конуса.

326. Знайти повну поверхню тіла на рис. 127, яке складається з циліндра і конуса.
327. У куб з ребром a вписано конус (рис. 124). Знайти повну поверхню конуса.

Площі бічної і повної поверхонь зрізаного конуса

328. Знайти площу повної поверхні зрізаного конуса, в якого радіуси основ дорівнюють 1 см і 3 см, а твірна дорівнює 4 см.
329. Прямокутна трапеція, основи якої дорівнюють 4 см і 12 см, а висота дорівнює 6 см, обертається навколо меншої бічної сторони. Знайти площу бічної поверхні утвореного зрізаного конуса

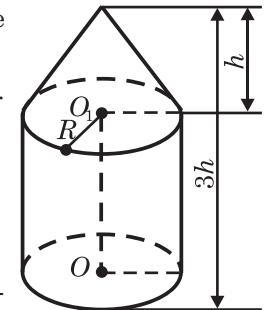


Рис. 127

Площа сфери

330. Сфера вписана в куб з ребром a . Знайти її поверхню.
331. Обчислити площу поверхні півкулі з радіусом R .
332. Площа великого круга кулі дорівнює S . Чому дорівнює площа сфери цієї кулі?
333. Навколо куба з ребром b описана сфера. Знайти її поверхню.
334. Чи є така сфера, в якій об'єм і поверхня виражаються одним і тим самим числом?
335. Об'єм однієї кулі у 8 разів більший від об'єму другої. У скільки разів площа сфери першої кулі більша від площі сфери другої кулі?
336. Площа сфери однієї кулі у 9 разів більша від площі сфери другої кулі. У скільки разів об'єм першої кулі більший від об'єму другої?
337. Навколо сфери описано циліндр. Чи правильно, що площа сфери дорівнює площі бічної поверхні циліндра?
338. Банки фарби вистачає, щоб пофарбувати кулю з радіусом R . Яку кількість куль з радіусом $\frac{R}{5}$ можна пофарбувати цією фарбою?
339. Сума площ n сфер з радіусом R дорівнює площі сфери з радіусом $2R$. Знайти n .



Навчальне видання

ІСТЕР Олександр Семенович

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ
З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ
ДЛЯ 11 КЛАСУ**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 19.08.2011. Формат 60x84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 4,63. Умовн. фарбо-відб. 4,63.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга — Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК № 370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга — Богдан, а/с 529, м. Тернопіль 46008

тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66

publishing@budny.te.ua

www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-2388-7



9 | 789661 | 023887 |